

ΘΕΜΑ Α

A1) Αν το ΑΔ είναι ύψος του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, $\hat{A} = 90^\circ$, να αποδείξετε ότι

$$AB^2 = BG \cdot BA \quad (\text{Mov. } 10)$$

A2) Να χαρακτηρίσετε ως “Σωστό” ή “Λάθος” τις παρακάτω προτάσεις:

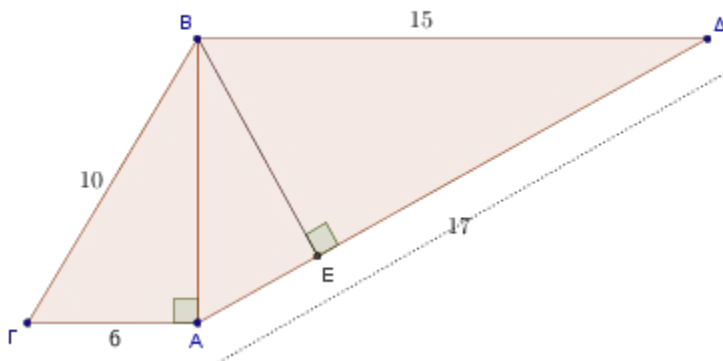
I. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $a^2 - b^2 = 2c^2$ το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο (Mov. 1)
Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (Mov. 3)

II. Αν φ_n είναι μια από τις ίσες γωνίες ενός κανονικού ν-γώνου, τότε $\varphi_n = 360^\circ - \frac{180^\circ}{n}$ (Mov. 1)

III. Αν δύο χορδές ΑΒ=7, ΓΔ=8, ενός κύκλου τέμνονται σε ένα σημείο Μ με ΜΑ=3 και ΜΓ>ΜΔ τότε : $MG=6$ (Mov. 1)
Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (Mov. 4)

IV. Αν $\lambda_4 = R\sqrt{2}$ είναι το μήκος της πλευράς ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο τότε το απόστημα του είναι: $a_4 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ (Mov. 1)
Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (Mov. 3)

V. Αν Ν είναι σημείο του επιπέδου ενός κύκλου (Ο, R) και ισχύει ότι $\Delta_{(O,R)}^N < 0$ τότε το σημείο Ν είναι εσωτερικό του κύκλου (Mov. 1)



ΘΕΜΑ Β. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και το ευθ. τμήμα ΒΕ είναι κάθετο στην ΑΔ. Αν ΒΓ=10, ΑΓ=6, ΒΔ=15 και ΑΔ=17, τότε
B1) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.
B2) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ορθογώνιο στο Β.
B3) Να υπολογίσετε τα ευθύγρ. τμήματα ΑΕ, ΕΔ και ΒΕ
(Mov. : 9 + 9 + 7)

ΘΕΜΑ Γ. Δίνονται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $x=2$ και $y=5$ και τρίγωνο $AB\Gamma$ ισοδύναμο με το ορθογώνιο.

Γ1) Να υπολογίσετε τα εμβαδά του ορθογωνίου και του τριγώνου.

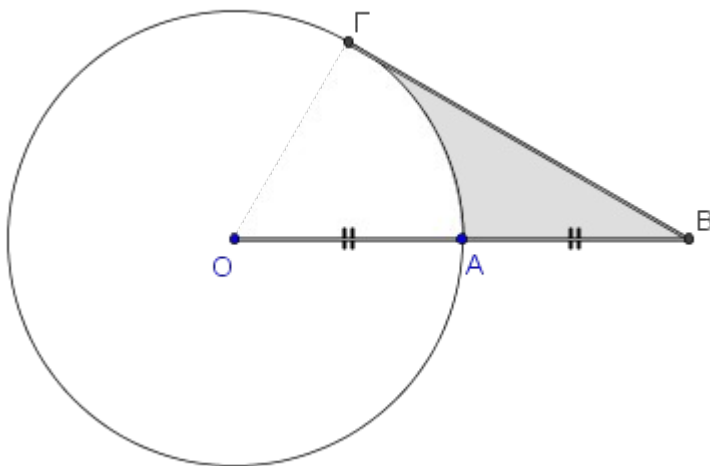
Γ2) Αν για τις πλευρές α, β, γ του τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύουν ότι $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 200$ και $\alpha + \beta + \gamma = 18$

α) Να υπολογίσετε την ακτίνα R του περιγεγραμμένου και την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) Αν $R=5$ και $\rho=\frac{10}{9}$, να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο κύκλων

(περιγεγραμμένου και εγγεγραμμένου) καθώς και το εμβαδόν της περιοχής που είναι εσωτερική του περιγεγραμμένου και εξωτερική του εγγεγραμμένου κύκλου.

(Μον. : 8 + 9 + 8)



ΘΕΜΑ Δ. Στην προέκταση της ακτίνας OA ενός κύκλου (O, R)

παίρνουμε σημείο B τέτοιο ώστε $AB=OA=R$. Απ' το B φέρνουμε το

εφαπτόμενο τμήμα $B\Gamma$ του κύκλου

Δ1. Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = 30^\circ$

και ως συνάρτηση της ακτίνας R του κύκλου να

Δ2. υπολογίσετε το μήκος του τόξου AG και το εμβαδόν του κυκλικού τομέα OAG και να

Δ3. υπολογίσετε το εμβαδόν του

μεικτόγραμμου τριγ. $AB\Gamma$.

(Μον. : 7 + 9 + 9).

Καλή Επιτυχία

6 Ιουνίου 2013

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ