

ΘΕΜΑ 1ο.

i) Να αποδείξετε ότι : Οι συντεταγμένες  $(x,y)$  του διανύσματος με άκρα τα σημεία  $A(x_1,y_1)$  και  $B(x_2,y_2)$  δίνονται από τις σχέσεις  
 $x=x_2-x_1$  και  $y=y_2-y_1$ . (Μον. 8)

ii) Να δώσετε τον ορισμό της υπερβολής με εστίες τα σημεία  $E, E'$ ; (Μον. 7)

iii) Να χαρακτηρίσετε ως “Σωστό” ή “Λάθος” τις παρακάτω προτάσεις:

α)  $|\vec{a} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|$  , για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$ .

β) Οι ευθείες με εξισώσεις  $y=5$  και  $x=-2$ , τέμνονται στο σημείο  $M(5,-2)$ .

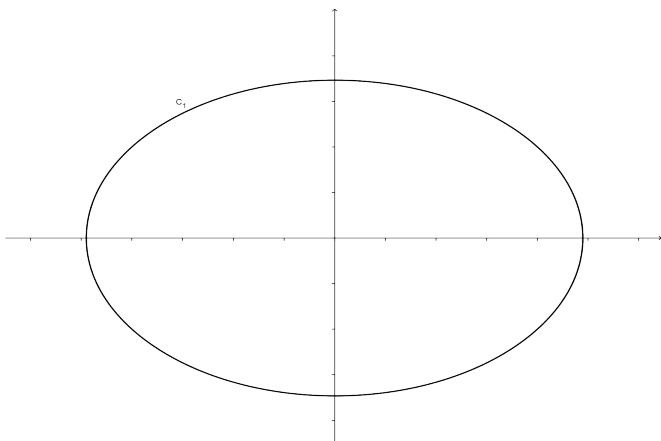
γ) Το σημείο  $A(3,-4)$  είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου με εξίσωση  $x^2 + y^2 = 36$

δ) Οι ασύμπτωτες της υπερβολής  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  , είναι οι ευθείες με εξισώσεις  $y=2x$  και  $y=-2x$ .

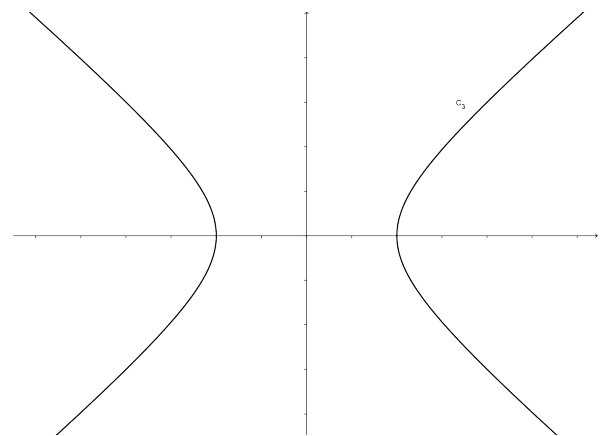
ε) Κάθε ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $M(2,5)$  έχει εξίσωση της μορφής  $y-5=\lambda(x-2)$

(Μον. 5)

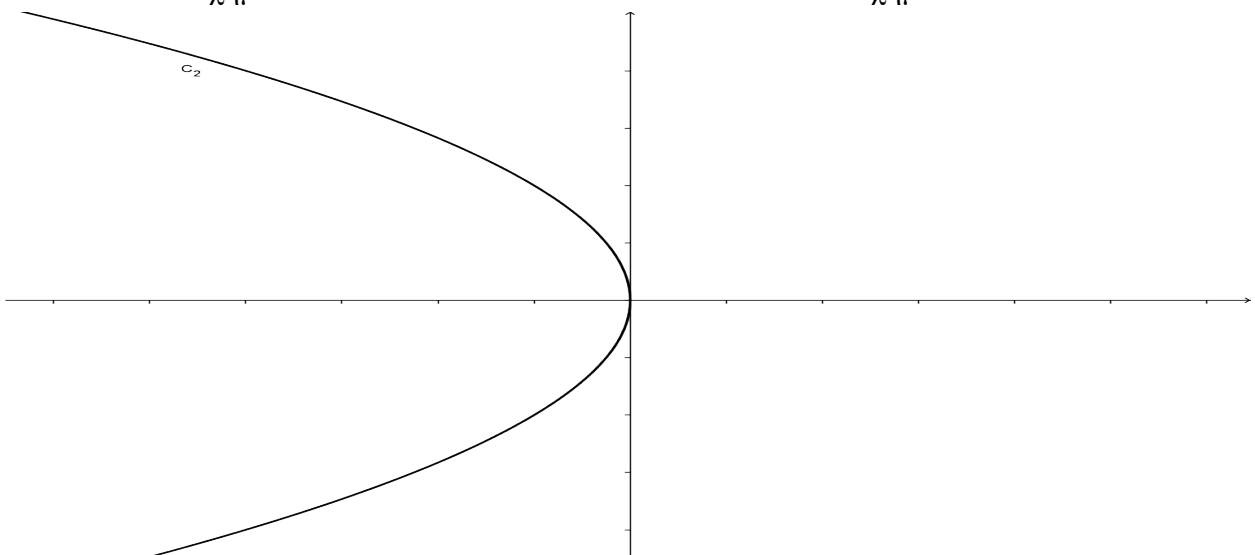
iv) Να αντιστοιχίσετε τις καμπύλες  $C_1, C_2, C_3$  με την ονομασία τους



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

ΟΝΟΜΑΣΙΑ : Α. Υπερβολή Β. Ευθεία Γ. Παραβολή Δ. Κύκλος Ε. Έλλειψη (Μον. 5)

- ΘΕΜΑ 2ο. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a}$ ,  $\vec{\beta}$  και  $\vec{\gamma}$  με  $\vec{a}=(-2,-1)$ ,  $\vec{\gamma}=(-8,-9)$  και  $3\vec{a}-2\vec{\beta}-\vec{\gamma}=\vec{0}$
- I) Να βρεθεί το διάνυσμα  $\vec{\beta}$  (Μον. 8)
- II) Αν  $\vec{\beta}=(1,3)$ , να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο και την γωνία των διανυσμάτων  $\vec{a}$  και  $\vec{\beta}$ . (Μον. 10)
- III) Να βρεθεί η προβολή του διανύσματος  $\vec{\gamma}$  στο διάνυσμα  $\vec{a}$ . (Μον. 7)

ΘΕΜΑ 3ο. Δίνονται τα σημεία  $E'(-3,0)$ ,  $E(3,0)$  και  $M(3, \frac{16}{5})$ .

- I) Να βρεθεί η εξίσωση της έλλειψης με εστίες τα σημεία  $E'$  και  $E$ , που διέρχεται από το  $M$ . (Μον. 8)
- II) Αν  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  η εξίσωση της έλλειψης του (I) ερωτήματος, να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης  $(\varepsilon_1)$  της έλλειψης στο σημείο  $M$  (Μον. 8)
- III) Αν η εφαπτομένη της έλλειψης στην κορυφή της  $A$ , τέμνει την  $(\varepsilon_1)$  στο σημείο  $K$  να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $MKA$ . (Μον. 9)

ΘΕΜΑ 4ο. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ , με κορυφές  $A(-1,2)$ ,  $B(3,4)$ . Αν η εξίσωση της πλευράς  $B\Gamma$  είναι  $3x+4y-25=0$ , τότε:

- I) Να βρεθούν η εξίσωση της πλευράς  $AB$  και οι συντεταγμένες του μέσου  $M$  του  $AB$ . (Μον. 8)
- II) Αν  $M(1,3)$  να υπολογίσετε την απόσταση  $\rho=d(M, B\Gamma)$  του σημείου  $M$  από την ευθεία  $B\Gamma$  και να γράψετε την εξίσωση του κύκλου  $C$  με κέντρο το σημείο  $M$  και ακτίνα  $\rho$ . (Μον. 8)
- III) Αν ο κύκλος  $C$  του ερωτήματος (II) εφάπτεται και στην ευθεία  $A\Gamma$  να βρεθούν η εξίσωση της  $A\Gamma$  και οι συντεταγμένες του  $\Gamma$ . (Μον. 9)