

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή $v = P(\rho)$.

(μονάδες 15)

A2. Να χαρακτηρίσετε ως «ΣΩΣΤΕΣ» ή «ΛΑΘΟΣ» τις παρακάτω προτάσεις:

α. Υπάρχει γωνία ω τέτοια ώστε: $\text{συν}\omega = \frac{2017}{2016}$.

β. $\eta\mu^2 40^\circ + \eta\mu^2 50^\circ = 1$.

γ. Ο αριθμός 2 είναι ρίζα της εξίσωσης $3x^{2017} + 2x^{2016} - x - 5 = 0$.

δ. Η εξίσωση $\sqrt{5x-1} + 2017 = 0$ είναι αδύνατη.

ε. Για κάθε $x > 0$ ισχύει $e^{\ln x} = x$.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παραστάσεις $K = \epsilon\phi(\pi + x) \cdot \sigma\phi(3\pi - x) + \text{συν}(9\pi - x) \cdot \eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)$

και $\Lambda = \eta\mu x \cdot (\sigma\phi x + \eta\mu x) + \text{συν}^2 x$, με $x \neq k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B1. Να αποδείξετε ότι $K = -\eta\mu^2 x$.

(μονάδες 8)

B2. Να αποδείξετε ότι $\Lambda = 1 + \text{συν} x$.

(μονάδες 7)

B3. Να λύσετε, ως προς x , την εξίσωση $5\Lambda - 4 = 2K$.

(μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + (\alpha + 1)x + 2\beta$ για το οποίο ισχύουν τα εξής:

- Η διαίρεση του $P(x)$ με το $x + 2$ δίνει υπόλοιπο $\nu = 48$.
- Ο αριθμός $x = 1$ είναι ρίζα του $P(x)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = -2$.

(μονάδες 9)

Γ2. Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

(μονάδες 8)

Γ3. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{P(x)}{x+1} \leq 0$.

(μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να αποδείξετε ότι $3\log 2 + \log 5 - \log 4 = 1$.

(μονάδες 8)

Δ2. Να λύσετε την ανίσωση $e^{\ell n^2 x + 2\ell n x - 3} - 3\log 2 - \log 5 + \log 4 < 0$.

(μονάδες 9)

Δ3. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $k = \log(200\ell n \sqrt{e})$ επαληθεύει την ανίσωση του ερωτήματος Δ2.

(μονάδες 8)

Καταστάρι, 22 Μαΐου 2017